カオス多体系の統計熱力学

京大・理　相　沢　洋　二

§0. 序 ーカオス研究から生まれる新しい視点ー

カオスの統計力学を構築するには熱力学的極限の概念を明確に取り入れる必要がある。その試みには2つのルートが考えられる。第1のものは，カオス挙動が生み出す無限の時系列の統計的性質を力学系の構造から理解する方法論を作り上げることである。元の力学系と同型の記号力学に還元することにより，たとえば，時系列をスピン↑と↓の一次元配列とみなし分配関数に相当する汎関数（Artin-Mazurのζ－関数や Kneading Matrix）により平衡統計力学と類似の理論的枠組みの中でカオスを記述する。ここでの熱力学的極限は，時間→∞の操作で代用される。Thermodynamical FormalismとしてBowen-Ruelleに始まるかかる立場は，その後Takahashi-Oono, Widomらによって発展している。その他にも，マルコフ分割と構造行列に注目して，Moriらの発展させたカオスの相関々数の理論，Aizawaらによるセミ・マルコフ性をもつ一群の力学系に生じるカオスのスペクトル理論なども第1の範疇に入る。以上の方法論は小数自由度系について有効なものであるが現実の複雑な力学系や大自由度系については，アーノルド拡散に関する撤抵した研究が必要であり，多くの問題が残されている。

一方，カオス的挙動を示すサブ・システムの集団を考える第2のルートがある。ここでの熱力学的極限は，サブ・システムの数（システム・サイズ）→∞という従来のと同じものである。カオスに限らず，構造安定な内部運動と固有の内部自由度をもつサブ・システムをActive elementと呼べば，この第2のルートが目指す目的は，「Active element 集合系の統計力学」の構築と言える。さらに，歴史的な事柄と比較すると，丁度，気体運動論的な理論化を押し進めることでもある。小数自由度系のカオスの諸現象が比較的良くわかって来たことによって，このようなカオス多体系の理論を発展させることが可能になって来たように思える。そこには統計力学の新局面が期待される。従来のPassive element集合系の統計現象に比べて，本質的に新しい現象を探り出してゆくことが主要なテーマであるが，それと同時に乱流のような空間的にDistributeした無限自由度系や，臨界揺動やランダム系のエルゴード論的理解に新しい視点を与えてゆくことも，ここでの重要な課題である。さらに，ミクロ，マクロ，メタ・マクロと続く開放系の階層構造の研究での位置づけも大切である。巨視的なカオス現象は，リズム現象と並んで典型的な散逸構造の一つである。それらの集合系の挙動を研究することは，散逸構

造を基本素材として形成されるシステムとしてのメタ・マクロな構造の研究であると言える。

§1. 分岐パラメーターとしてのシステム・サイズ

エルゴード運動の出現とシステム・サイズ (N) との関係は古くKrylovによって論じられた。その後，Saitoらによって KAM 理論との関連から考察されている。しかし，$N\to\infty$ の極限でほとんどの KAM トーラスが崩壊しているという予想は未だ検証されていない。一方，$N\to\infty$ に伴ってメタ・マクロな相の変化が生じるという予想もある。van der Waalsの状態方程式に相当する臨界現象が期待されている。これらの二つの予想を軸にして，熱力学的極限の問題を考えてゆくことが大切であると考えている。

§2. カオス系の逃散能

メタ・マクロな相を把える為には，相のバランス概念，すなわち温度，圧力，化学ポテンシャルに相当する逃散能を導入することが必要である。力学系の不変測度から，それらを定義する為には，従来のアンサンブル理論とは別の工夫が必要となる。時間発展を $\boldsymbol{X}_{n+1}=F(\boldsymbol{X}_n)(=\boldsymbol{X}_n+f(\boldsymbol{X}_n))$, 不変密度を $\rho(\boldsymbol{X})$ とすると，上の三種の Fugacity は次の形で与えられる。

$$\Delta\widetilde{T}=\rho(\boldsymbol{X})\ \{f^2(\boldsymbol{X})-f^2(\boldsymbol{X}')\},$$

$$\Delta\widetilde{P}=\rho(\boldsymbol{X})\ \{f(\boldsymbol{X})-f(\boldsymbol{X}')\},$$

$$\Delta\widetilde{\mu}=\rho(\boldsymbol{X})\ \{\delta(\boldsymbol{X})-\delta(\boldsymbol{X}')\}.$$

$\boldsymbol{X}'$ は $\boldsymbol{X}$ の原像で，上式の各々の第二項は，$\rho(\boldsymbol{X})A(\boldsymbol{X}')=\sum_{\boldsymbol{X}'}\rho(\boldsymbol{X}')A(\boldsymbol{X}')/|\boldsymbol{F}'(\boldsymbol{X}')|$ により計算する。メタ・マクロな相の記述ばかりでなく，それぞれに共役な量の輸送現象にも，逃散能の概念は応用される。

§3. 多体系の集団運動

メタ・マクロな系に発生する構造を以下の具体的なモデルで研究している。(A) infinite range で相互作用する Chaos-Gases, (B) short range で相互作用する Coupled Chaos-Lattice, (C) Chaotic Field 中の粒子拡散。(A), (B), (C) に於ける典型的な現象は，それぞれ，(A) カオスの引き込み，(B) パターンの伝播，(C) Branching をもつ異常拡散である。くわしくは別に報告するが，そのいづれもが Active element としてのカオスの役割を浮きぼりにしている。